

ка трущихся частей машин). Стокс, рассматривая деформацию элементарного объема жидкости при его перемещении, предположил что возникающие в жидкости вязкие напряжения линейно зависят от скоростей деформации жидкой частицы. Этот закон позволил дополнить ур-ния движения Эйлера членами, учитывающими силы, возникающие от действия вязкости среды. До Стокса ур-ния движения вязкой жидкости из др. соображений получил Л. Навье (L. Navier), поэтому они наз. *Навье — Стокса уравнениями*.

При исследованиях течения вязкой жидкости решающую роль играют эксперим. методы. Систематич. исследования течения вязкой жидкости в трубах проведены Г. Хагеном (H. Hagen), Ж. Пуазейлем (J. Poiseuille) и О. Рейнольдсом (O. Reynolds). В этих опытах были открыты два режима течения вязкой жидкости — ламинарный и турбулентный. Примером матем. описания ламинарного течения в трубах служит *Пуазейля закон*. Изучение движения вязкой жидкости по трубкам очень малого диаметра (капиллярным) было использовано в теории *фильтрации* жидкости через разл. грунты. С ростом скорости течения  $v$  или диаметра трубы  $d$  характер течения меняется — возникает *турбулентное течение*, при к-ром на общее поступат. движение накладываются изменяющиеся во времени хаотич. движения частиц жидкости, наз. пульсациями.

В 19 в. начало развиваться другое важное направление Г. — исследование течений сжимаемой сплошной среды, т. е. *газовая динамика*. Все понятия и законы термодинамики, полученные вначале для покоящихся газов, были перенесены в газовую динамику — на случай движущегося газа. Б. Риман (B. Riemann) показал, что в газе при больших скоростях движения, превышающих скорость распространения звука, может нарушаться непрерывное изменение параметров — скорости  $v$ , давления  $p$ , плотности  $\rho$ , абс. темп-ры  $T$ , характеризующих движущуюся среду, образуется *ударная волна*. У. Ранкин (W. Rankine, 1870) и П. А. Гюгоньо (P. H. Hugoniot, 1887), применив ур-ния неразрывности, движения и энергии к потоку газа, протекающему через ударную волну, связали параметры газа до и после ударной волны (см. *Гюгоньо уравнение*).

**Уравнения гидроаэромеханики, методы решения задачи.** Система ур-ний Г., описывающая состояние движения (в частном случае — равновесия) вязкой сжимаемой сплошной среды, включает:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

ур-ния Навье — Стокса

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{F} - \operatorname{grad} p + (\zeta + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div}(\mathbf{v}) + \mu \Delta \mathbf{v}, \quad (2)$$

ур-ние энергии

$$\begin{aligned} c_p \rho \frac{dT}{dt} - \frac{dp}{dt} = q + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \left\{ \zeta (\operatorname{div} \mathbf{v})^2 + \right. \\ \left. + 2\mu \left[ \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + \mu \left[ \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 \right] \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

ур-ние состояния

$$p = f_1(\rho, T), \quad S = f_2(\rho, T), \quad (4)$$

где  $\mathbf{F}$  — вектор объёмной силы,  $\mu, \zeta$  — коэф. динамич. и объёмной вязкости,  $c_p$  — уд. теплоёмкость при пост. давлении,  $q$  — кол-во теплоты, подводимое к единице объёма в единицу времени от немеханич. причин (напр., вследствие излучения и т.п.),  $\lambda$  — коэф. теплопроводности,  $S$  — энтропия. Ур-ния (2) и (3) приведены для случая, когда  $\mu, \lambda$  и  $\zeta = \text{const}$ .

Система ур-ний (1)–(4) вместе с соответствующими начальными и граничными условиями позволяет ре-

шать, в рамках принятой модели сплошной среды все осн. задачи Г. Однако аналитич. решения этих ур-ний получены только при нек-рых существ. упрощениях. Первый способ упрощения состоит в уменьшении числа независимых переменных. В случае установившихся движений из числа независимых переменных исключается время  $t$ . При установившихся плоскопараллельном и осесимметричном движениях жидкости или газа число независимых переменных сокращается до двух. Мн. аналитич. решения получены в задачах о *потенциальном течении* идеальной несжимаемой жидкости. К ур-ниям с двумя независимыми переменными сводятся также задачи об одномерных неустановившихся движениях, а задачи об одномерных *автомобильных течениях* и об одномерном установившемся движении жидкости или газа сводятся к решению обыкновенных дифференц. ур-ний. Эффективными приближёнными способами решения задач Г. оказались линеаризация ур-ний (1)–(4) и соответствующих граничных условий (метод малых возмущений) и использование асимптотич. методов. Второй путь упрощения исходной системы ур-ний состоит в рассмотрении случаев, когда несущественны к. л. физ. свойства среды, напр. вязкость и теплопроводность ( $\lambda = \mu = \zeta = 0$ ), сжимаемость ( $\rho = \text{const}$ ) и пр. В этих случаях соответствующие члены ур-ний (1)–(4) исключаются или упрощаются. Существенно упростить решение ур-ний, описывающих течение вязкой теплопроводной жидкости или газа, удалось Л. Прандтлю (L. Prandtl), выдвинувшему (1904) гипотезу о *пограничном слое*.

Развитие вычислит. математики и разработка эффективных численных методов решения систем дифференц. ур-ний в частных производных с использованием ЭВМ позволили в ряде случаев решить полную систему (1)–(4). Теоретич. решение большинства конкретных задач Г. осуществляется гл. обр. с применением численных методов.

Существ. результаты получены в решении задач Г. эксперим. методами на основе моделирования и *подобия теории* (см. также *Аэродинамический эксперимент, Аэродинамическая труба*). Но совр. техника имеет дело с такими течениями жидкости и газа, к-рые часто невозможно полностью исследовать на моделях. С ростом скоростей полёта, достигающих при полёте космич. кораблей десятков км/с, создание аэродинамич. труб, в к-рых воспроизводились бы осн. физ. явления, имеющие место в действительности, стало сложнейшей техн. проблемой в связи с необходимостью получать очень высокие давления и темп-ры. При этом невозможно удовлетворить всем условиям моделирования. Поэтому единств. путём решения подобных сложных задач Г. стало неразрывное сочетание эксперим. и теоретич. методов. В эксперименте производится частичное моделирование, т. е. исследуются отд. физ. явления в движущейся среде, определяющие физ. модель течения, и находятся необходимые эксперим. зависимости между характерными физ. параметрами. Теоретич. методы, основанные на точных или приближённых ур-ниях, описывающих течение, позволяют, используя данные эксперимента, объединить все физ. явления, присутствующие в движущемся газе или жидкости, и найти для данной конкретной задачи параметры течения с учётом всех этих явлений.

**Основные физические явления, изучаемые гидроаэромеханикой.** Исторически сложившееся разделение Г. на отд. области связано с ограничением диапазона изменения параметров движущейся среды: темп-ры, плотности, давления, хим. состава, скорости течения, вязкости, теплопроводности, электропроводности и др. В совр. Г. рассматриваются, по существу, неограниченные изменения этих параметров. В связи с созданием ракетных двигателей, работающих на разл. хим. топ-ливах, жидких и твёрдых, полётами к др. планетам со сложным составом атмосферы, развитием трубопроводного транспорта, проникновением Г. в хим. техноло-