

где  $\varphi_c^2 = \varphi_c^{(\alpha)}\varphi_c^{(\alpha)}$ ,  $\varphi_c^{(\alpha)} = \langle 0 | \varphi^{(\alpha)} | 0 \rangle$ , параметр  $\mu$  имеет размерность массы, а  $\lambda$  — безразмерная константа взаимодействия (здесь и далее по повторяющимся индексам предполагается суммирование). При  $\mu^2 > 0$  физ. вакуум соответствует значению  $\varphi_{c0}^2 = \mu^2/\lambda$ . Как и в примере с ферромагнитиком, он фиксируется заданием направления  $\varphi_{c0}^{(\alpha)}$  в изоточнике пространстве, напр.  $\varphi_{c0}^{(\alpha)} = (0, 0, \Phi_{c0})$ . Эта величина очевидно инвариантна относительно вращений вокруг третьей оси изотопич. пространства и не инвариантна относительно других вращений. Согласно Голдстоуна теореме, это приводит к необходимости существования безмассовых голдстоуновских бозонов.

Важным примером физ. теории с В. в. является теория электрослабого взаимодействия, в которой В. в. достигается с помощью введения скалярных Хиггса полей.

Лит.: 1) Гриб А. А., Проблема неинвариантности вакуума в квантовой теории поля, М., 1978; 2) Квантовая теория калибронных полей, Сб. ст., пер. с англ., М., 1977; 3) Цайко К., Зубарев Д. Б., Квантовая теория поля, пер. с англ., т. 2, М., 1984.

**ВЫРОЖДЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ** — температура, ниже к-кой у газа начинают проявляться квантовые свойства, обусловленные тождественностью его частиц (см. Вырожденный газ). При В. т. длина волны де Бройля, соответствующая энергии теплового движения частиц, становится сравнимой со ср. расстоянием между ними. Для бозе-газа В. т. определяется как темп-ра, ниже к-кой происходит Бозе — Эйнштейна конденсация — переход нек-кой доли частиц в состояние с нулевым импульсом. Для идеального бозе-газа В. т. равна

$$T_0 = \frac{\hbar^2}{mk} \frac{2\pi}{(gG)^{2/3}} \left( \frac{N}{V} \right)^{2/3} \approx \frac{3.31}{g^{2/3}} \frac{\hbar^2}{mk} \left( \frac{N}{V} \right)^{2/3},$$

где  $N$  — число частиц,  $V$  — объём,  $m$  — масса частицы,  $g = 2s + 1$ ,  $s$  — спин частицы,  $G = \sum_{l=1}^{\infty} l^{-3/2}$ .

Для ферми-газа В. т. не связана с фазовым переходом, она равна макс. энергии частиц при abs. нуле темп-ры (энергии Ферми), выраженной в градусах, т. е. линейной на  $k$ . Для идеального ферми-газа

$$T_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{6\pi^2}{g} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{mk} \left( \frac{N}{V} \right)^{2/3}.$$

Для электронов в металле  $T_0 \sim 10^4$  К. Д. Н. Зубарев.

**ВЫРОЖДЕННАЯ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ** — решение вырожденного (конфлюэнтного) гипергеом. ур-ния

$$zu'' + (\gamma - z)u' - \alpha u = 0, \quad (1)$$

регулярное в окрестности точки  $z=0$  комплексной плоскости при  $\gamma \neq 0, -1, -2, \dots$  и любых значениях  $\alpha$ . Впервые исследована Э. Куммером (E. Kummer) в 1836. В круге любого конечного радиуса В. г. ф. 1-го рода можно задать с помощью сходящегося ряда Куммера

$$\begin{aligned} u_1(z) = F(\alpha, \gamma, z) &= 1 + \frac{\alpha}{\gamma} \frac{z}{1!} + \frac{\alpha+1}{\gamma+1} \frac{z^2}{2!} + \dots = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_n}{(\gamma)_n} \frac{z^n}{n!}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $(a)_n = a(a+1)\dots(a+n-1) = \Gamma(a+n)/\Gamma(a)$ . Вторым линейно независимым решением ур-ния (1) при  $\gamma \neq 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  является В. г. ф. 2-го рода:

$$u_2(z) = G(\alpha, \gamma, z) = \frac{\Gamma(1-\gamma)}{\Gamma(\alpha-\gamma+1)} F(\alpha, \gamma, z) +$$

$$+ \frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(\alpha)} z^{1-\gamma} F(\alpha-\gamma+1, 2-\gamma, z).$$

Для В. г. ф. 1-го рода при  $\operatorname{Re}\gamma > \operatorname{Re}\alpha > 0$  справедливо интегральное представление

$$F(\alpha, \gamma, z) = \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)} \int_0^1 dt e^{zt} t^{\alpha-1} (1-t)^{\gamma-\alpha-1},$$

а для В. г. ф. 2-го рода при  $\operatorname{Re}\alpha > 0, |\arg z| < \pi$ :

$$G(\alpha, \gamma, z) = \Gamma^{-1}(\alpha) \int_0^\infty dt e^{-zt} t^{\alpha-1} (1+t)^{\gamma-\alpha-1}.$$

Ф-ция  $F(\alpha, \gamma, z)$  — целая аналитич. ф-ция  $z$ ;  $G(\alpha, \gamma, z)$  — аналитич. ф-ция в комплексной плоскости  $z$  с разрезом вдоль веществ. оси при  $z < 0$ . В. г. ф. связаны с гипергеометрической функцией соотношением:

$$F(\alpha, \gamma, z) = \lim_{\beta \rightarrow \infty} F(\alpha, \beta; \gamma; z/\beta).$$

Для ф-ции  $G(\alpha, \gamma, z)$  справедливо асимптотич. разложение  $G \sim z^{-\alpha}$ ,  $z \rightarrow \infty$ . Справедливы ф-лы дифференцирования:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} F(\alpha, \gamma, z) &= (\alpha/\gamma) F(\alpha+1, \gamma+1, z), \\ \frac{d}{dz} G(\alpha, \gamma, z) &= -\alpha G(\alpha+1, \gamma+1, z). \end{aligned}$$

Любые 3 ф-ции  $F(\alpha_i, \gamma_i, z)$  ( $i=1, 2, 3$ ) в случае, когда  $\alpha_i - \alpha_k, \gamma_i - \gamma_k$  являются целыми числами, связаны соотношениями  $\sum_{i=1}^3 C_i(z) F(\alpha_i, \gamma_i, z) = 0$ , где  $C_i(z)$  — нек-рые полиномы по переменной  $z$ . Аналогичное утверждение справедливо для ф-ций  $G(\alpha, \gamma, z)$ . Имеют место также функциональные соотношения, напр.

$$\begin{aligned} F(\alpha, \gamma, z) &= e^z F(\gamma - \alpha, \gamma, -z), \\ G(\alpha, \gamma, z) &= z^{1-\gamma} G(\alpha - \gamma + 1, 2 - \gamma, z). \end{aligned}$$

Через В. г. ф. выражаются мн. элементарные и спец. ф-ции, напр. цилиндрич. ф-ции, интегральные ф-ции. При  $\alpha = -n$ , где  $n$  — целое положит. число, В. г. ф. сводятся к полиномам, к-рые с точностью до пост. множителя совпадают с обобщёнными полиномами Лагерра (см. Ортогональные полиномы).

Лит.: Бейтман Г., Эрдейи А., Высшие трансцендентные функции, пер. с англ., 2 изд., т. 1, М., 1973; Никифоров А. Ф., Уваров В. Б., Специальные функции математической физики, 2 изд., М., 1984.

**ВЫРОЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ** молекул — нормальные колебания многоатомных молекул, имеющие одинаковые частоты и формы. Число нормальных колебаний линейной молекулы равно  $3N-6$ , а линейной —  $3N-5$ , где  $N$  — число атомов. При наличии у молекулы определ. элементов симметрии это число уменьшается, т. к. появляются разл. колебат. состояния с одинаковой энергией и соответствующие колебат. уровни энергии вырождаются (см. Вырождение).

Положение колебат. уровней энергии многоатомной молекулы определяется ф-лой

$$\mathcal{E}_{\text{кол}} = h \sum_k v_k (v_k + 1/2), \quad (*)$$

где  $v_k$  — частоты нормальных колебаний,  $v_k$  — колебат. квантовые числа. При вырождении частоты  $v_k$  двух или более нормальных колебаний оказывается одинаковыми и в (\*) появляются члены вида  $(v_k + g_k/2)$ , где  $v_k = \sum_i v_{ik}$  ( $v_{ik}$  — квантовые числа нормальных колебаний,  $g_k$  — число колебаний с одинаковым значением  $v_k$  — т. н. степень вырождения). Так, если имеются два нормальных колебания одинаковой частоты, то состояние с  $v_k = 1$  реализуется при комбинациях  $v_{1k} = 1, v_{2k} = 0$  и  $v_{1k} = 0, v_{2k} = 1$ . Такой уровень, энергии наз. дважды вырожденным. Состояние с  $v_k = 2$  реализуется при комбинациях  $v_{1k} = 2, v_{2k} = 0; v_{1k} = 1, v_{2k} = 1; v_{1k} = 0, v_{2k} = 2$ . Колебат. уровни, энергии будут трижды