

оказывается «прижатом» к границе, т. е. экспоненциально спадающим при удалении от неё во вторую среду и не уносящим никакого потока энергии. Это означает, что В. полностью отражается и что между двумя такими границами можно запереть В. определ. типа, образовав волноводную систему. На этом основано, в частности, направляющее действие диэлектрич. стержней и пластин с резкими границами (*волноводов диэлектрических*) и световодов, а в акустике — подводных звуковых каналов, где «захват» поля осуществляется благодаря рефракции лучей на неоднородностях среды в поперечном направлении.

С полным внутр. отражением связано и существование боковой В., возникающей при падении расходящейся (сферич. или цилиндрич.) В. под малыми углами на плоскую границу раздела. Если источник *O* находится в среде с $v_{\phi 1} < v_{\phi 2}$, то наряду с обычным отражением по лучу *OAP* (рис. 7, а) В. доходит до точки наблюдения *P* по пути *OSDP*, часть к-рого *SD* она идёт вдоль границы со скоростью, большей $v_{\phi 1}$. Этому пути и отвечает боковая (или головная) В., приходящаяся с наибольшей результирующей скоростью.

Модулированные волны. Групповая скорость. Бесконечная гармонич. В. является идеализацией — все реальные волновые процессы ограничены во времени, а значит, имеют конечную ширину спектра; в этом случае выполняется «временное» соотношение неопределённости:

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \geq \pi, \quad (17)$$

где Δt — характерная длительность процесса, $\Delta\omega$ — ширина его спектра (для квантовых систем это соответствует неопределённости соотношению для энергии $\Delta\mathcal{E} = \hbar\Delta\omega$ и времени). Иллюстрацией (17) могут служить модулированные В. (см. *Модуляция колебаний*), поля к-рых совершают квазигармонич. колебания, т. е. их амплитуды и частоты претерпевают лишь плавные (в масштабах $T = 2\pi/\omega$ и $\lambda = 2\pi/k$) изменения. Именно такие В. обычно используются в радио- и телевиз. связи, радио- и акустич. локации. Простейший пример — бегущих двух волн в одном направлении гармонич. В. со слегка разл. частотами $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$, $\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$ и волновыми числами $k_1 = k_0 + \Delta k$, $k_2 = k_0 - \Delta k$. Их суперпозиция сводится к «произведению» двух гармонич. В.:

$$\psi(x, t) = A \cos(\Delta kx - \Delta\omega t) \cdot \sin(\omega_0 t - k_0 x), \quad (18)$$

каждая из к-рых распространяется со своей скоростью. Если $\Delta\omega/\omega_0$ и $\Delta k/k_0$ малы, то движение (18) можно интерпретировать как амплитудно-модулированную В. (рис. 8): её несущее колебание (с частотой ω_0) перемещается с фазовой скоростью $v_{\phi} = \omega/k$, амплитудная огибающая (с частотой $\Delta\omega$) — с групповой скоростью $v_{гр} = \Delta\omega/\Delta k$.

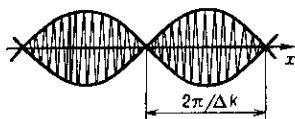


Рис. 8. Бигармоническая волна.

Из набора В. со сплошным спектром, лежащим в узких пределах $\omega_0 - \Delta\omega \leq \omega \leq \omega_0 + \Delta\omega$, $|\Delta\omega| \ll \omega_0$, можно получить волновой пакет (рис. 9). Этот ограниченный во времени импульсный сигнал перемещается как единое целое с групповой скоростью

$$v_{гр} = \lim_{\Delta k \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\omega}{\Delta k} \right) = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0}. \quad (19)$$

Величина $v_{гр}$ определяется из дисперс. ур-ния (8): она равна тангенсу угла наклона кривой $\omega(k)$ к оси абсцисс.

Во мн. физ. задачах волновые пакеты ведут себя как самостоят. динамич. объекты (квазичастицы), переносящие энергию и импульс со скоростью $v_{гр}$. И вообще, в соответствии с осн. принципами теории относительности групповая скорость любых В., способных переносить информацию, не может превышать скорости

света c в вакууме. Так, дисперс. ур-нию (10) соответствует значение $v_{гр} = c^2/v_{\phi} < c$, поскольку, согласно (11), $v_{\phi} > c$ (см. рис. 4). Только в средах без дисперсии v_{ϕ} и $v_{гр}$ одинаковы, в общем же случае они могут иметь не только разл. значения, но и разные знаки; В., у к-рых

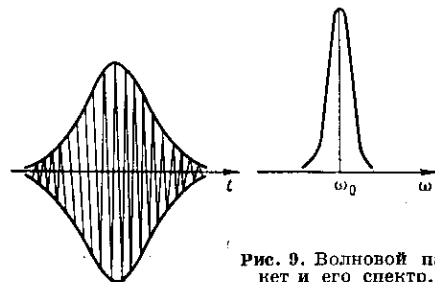


Рис. 9. Волновой пакет и его спектр.

фазовые и групповые скорости противоположно направлены, наз. обратными.

В линейной диспергирующей среде волновые пакеты сохраняют свою форму только при прохождении ограниченных дистанций; на больших расстояниях они расплываются, после чего понятие групповой скорости для пакета как целого утрачивает смысл. При этом пакет становится частотно-модулированным: он может превратиться в непрерывную последовательность цугов разных частот, для каждого из к-рых можно ввести свою групповую скорость, причём вперёд уходят цуги с боль-

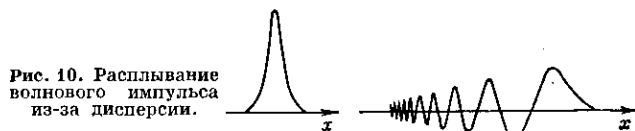


Рис. 10. Расплывание волнового импульса из-за дисперсии.

шей групповой скоростью. Такое расплывание особенно сильно выражено для коротких «видеоимпульсов», имеющих широкий спектр частот (рис. 10).

Если же модулир. В. имеет узкий частотный спектр, то её поле описывается выражением (7), где комплексная амплитуда *A* медленно (в масштабе осцилляций поля) изменяется во времени и пространстве. В одном случае, когда $A = A(x, t)$, приближённо справедливо комплексное ур-ние параболич. типа:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + v_{гр} \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{i}{2} \frac{d^2\omega}{dk^2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}. \quad (20)$$

На небольших расстояниях [$x \ll L_{гр} \approx v_{гр} \cdot \Lambda^2/d^2\omega/dk^2$], где Λ — характерный масштаб модуляции] можно пренебречь правой частью этого ур-ния, тогда получается $A = A(x - v_{гр}t)$, т. е. огибающая В. распространяется без изменений формы со скоростью $v_{гр}$; при $x > L_{гр}$ несомненно учитывать правую часть (20), к-рая «ответственна» за дисперс. расплывание В.

Сферические и цилиндрические волны. Хотя из плоских В. можно получить любые волновые поля, такое представление не всегда адекватно физически наблюдаемым явлениям. Напр., В., возбуждаемая точечным источником в изотропной среде без дисперсии, представляет собой сферически расходящиеся возмущение вида

$$\psi \sim \frac{F(r - vt)}{r}, \quad (21a)$$

где r — расстояние от центра (источника). Это одно из точных решений волнового ур-ния (5); его разложение по плоским В. допустимо, но приводит к усложнению анализа движения. В. вида (21a) наз. сферической однородной. В случае произвольного источника в (5) результирующее поле может быть пред-