рукоятки AB соответствует равномерный подъём винта D, причём за каждый полный оборот рукоятки подъём винта равен h; тогда искомая связь даётся пропорцией δs_B: $\delta s_D = 2\pi a : h$, где a — длина рукоятки. Из ур-ния (2) определяется условие равновесия механизма: $P = Qh/2\pi a$.

Методами геом. статики рассмотренная задача (если не будут указаны все детали скрытого в коробке механизма) вообще решена быть не может. Для систем с неск. степенями свободы ур-ния (1) можно составлять для каждого независимого перемещения системы в отдельности.

В. п. п. широко используются также в статике деформируемых (твёрдых и жидких) тел. При этом учитываются все действующие на тело объёмные и поверхностные силы, включая внутр. напряжения, а суммирование в ур-ние (1) заменяется интегрированием соответственно по объёму и поверхности тела.

О применении метода, аналогичного даваемому В. п. п. к решению задач динамики, см. *Д'Аламбера—Лагранжа принцип*.

Лит.: Суслов Г. К., Теоретическая механика, 3 изд., М.— Л., 1946; Бухгольц Н. Н., Основной курс теоретической механики, ч. 1, 9 изд., М., 1972; Лагранж Ж. Л., Аналитическая механика, пер. с франц., т. 1, 2 изд., М.— Л., 1950. *С. М. Тарг.*

ВОЗМУЩЕНИЙ ТЕОРИЯ — метод решения задач, основанный на разложении по малому параметру (ε), позволяющий вслед за решением «невозмущённой» задачи, соответствующей нулевому значению малого параметра, находить путём последовательных итераций решение «возмущённой», отвечающей $\varepsilon \neq 0$. При этом возмущением является любое малое отклонение от упрощённой задачи, допускающей точное решение.

Лишь огранич. класс задач может быть решён точно, поэтому практически в каждой проблеме приходится использовать упрощённое описание, к-рое сводится к нахождению одного или неск. членов разложения искомого решения по малому параметру. Малый параметр может явно содержаться в исходных ур-ниях, но в ряде случаев его приходится вводить искусственно, для удобства. В сложных задачах требуется преобразовывать исходные ур-ния и только после нетривиальных упрощений удаётся выделить малый параметр и использовать В. т. Если старшей из степеней малого параметра ε, к-рая учитывается в решении, является ε^m, то говорят об m-м приближении В. т. Решение исходной невозмущённой задачи соответствует, т. о., нулевому приближению. Выбор нулевого приближения определяется критериями удобства и простоты, а также условием быстрой сходимости ряда по степеням ε, к-рый описывает вклад последоват. итераций по возмущению.

В. т. широко используется для решения задач в математике, физике, механике, химии, технике. Рассмотрим ряд примеров, имеющих наиболее общий характер и достаточно широкую область применимости.

Теория возмущений в небесной механике

Исторически термин «возмущение» пришёл в физику именно отсюда. Методы В. т. развивались в этой области на протяжении двух-трёх столетий, и разработанная здесь общая и эффективная методика В. т. имеет широкую сферу применимости.

Типичная проблема, к-рую приходится решать при изучении движения небесных тел, состоит в следующем. Известно невозмущённое движение планеты вокруг Солнца (задача двух тел, или задача Кеплера). Требуется учесть возмущения орбиты планеты, возникающие под влиянием постороннего третьего тела (задача трёх тел) или неск. тел. Такими телами обычно являются другие планеты Солнечной системы. Вызываемые ими возмущения, как правило, малы (напр., взаимодействие Земли с Юпитером, к-рый оказывает наиб. из всех планет влияние на орбиту Земли, не превышает 1/17000 от взаимодействия с Солнцем). Но точность астр. данных очень высока, поэтому во многих случаях оказывается недостаточным ограничиться первым приближением В. т.

В нулевом приближении орбита планеты (для определённости далее будем говорить о Земле) является эллипсом. Положение Земли на орбите определяется заданием момента времени t и шести постоянных (по числу степеней свободы тела — три компоненты координаты и три компоненты скорости): большой полуоси эллипса a, эксцентриситета δ, долготы узла Ω (характеризующей угол между осью x и линией узлов, к-рая определяется пересечением плоскости эллипса с фиксированной координатной плоскостью xy), угла наклона i плоскости эллипса к плоскости xy, долготы перигелия ω (характеризующей угол между радиусом-вектором перигелия и линией узлов), т. н. ср. эпохи τ (определяющей момент времени прохождения планеты через перигелий). Параметры a, δ задают форму эллипса, углы Ω, i определяют положение плоскости эллипса в пространстве, а ω — положение эллипса в его собств. плоскости, параметр τ фиксирует начало отсчёта времени. Обозначим через ξ_j, $j=1, \ldots, 6$ набор из перечисл. постоянных. Орбита другой планеты (для определённости — Юпитера) также характеризуется заданием своих шести постоянных ξ'_j. При учёте взаимодействия с Юпитером орбита Земли искажается и уже не является эллипсом. Но если в какой-то момент времени t_0 «выключить» это взаимодействие, то с данного момента Земля снова начнёт двигаться по эллипсу, касательному к реальной орбите. Её траектория при $t > t_0$ будет характеризоваться набором постоянных $\xi_j(t_0)$ [эллипс касается реальной орбиты, поскольку параметры $\xi_j(t_0)$ однозначно определяют начальные положения $q(t_0)$ и скорость $\dot{q}(t_0)$]. Т. о., реальная траектория характеризуется заданием в каждой точке касательных эллипсов, по к-рым двигалась бы Земля при мгновенном выключении взаимодействия с Юпитером в момент времени, отвечающий данной точке траектории. Поэтому реальная траектория определяется набором величин $\xi_j(t)$, к-рые наз. оскулирующими (касательными) элементами. Такое описание хорошо приспособлено к применению В. т. из-за того, что зависимость оскулирующих элементов от времени возникает только благодаря возмущению, вызванному влиянием постороннего тела.

Процедура В. т. состоит теперь в следующем. Возмущающие силы зависят от t и неизвестных элементов орбиты $\xi_j(t)$ и $\xi'_j(t)$. Но в первом приближении эти силы можно вычислять при постоянных элементах орбиты, отвечающих значениям оскулирующих элементов при $t=0$. Иначе говоря, действит. возмущающие силы можно заменить теми силами, к-рые действовали бы на тело при движении по первоначальным эллипсам, удовлетворяющим законам Кеплера. Если в качестве параметров орбиты выбраны оскулирующие элементы, то это хорошее приближение, т. к. их изменение в процессе реального движения является небольшим (пропорциональным возмущающей силе). Далее, при заданных возмущающих силах можно найти новые элементы орбиты, снова подставить их в возмущающие силы и т. д. Возникает ряд по степеням возмущающих сил, к-рый в случае планетной системы является рядом по малой величине отношения масс планет к массе Солнца. Описанная процедура наз. методом вариации постоянных. Аналитически она выглядит след. образом.

Ур-ния движения системы тел в канонич. форме имеют вид:

$$\dot{q}_a = \frac{\partial H}{\partial p_a}, \quad \dot{p}_a = -\frac{\partial H}{\partial q_a}, \quad a = 1, 2, \ldots, n, \qquad (1)$$

где q_a, p_a — обобщённые координаты и импульсы, $2n$ — число степеней свободы,

$$H = H_0(q, p) + H_1(q, p, t), \qquad (2)$$