ВЕРОЯ́ТНАЯ ОШИ́БКА — одна из мер ошибки при оценке результата. Величина В. о. означает, что полученный результат отличается от среднего, вероятно, не более чем на эту величину. Обычно в качестве В. о. берут 50%-ную ошибку, т. е. в 50% случаев фактич. ошибка будет меньше вероятной. Если ошибки соответствуют нормальному распределению, то В. о. μ связана с *дисперсией* σ^2 соотношением $\mu=0{,}674\ \sigma$.

А. А. Лебедев.

ВЕРОЯ́ТНОСТЕЙ ТЕО́РИЯ — раздел математики, в к-ром строят и изучают матем. модели случайных явлений.

Случайность присуща в той или иной степени подавляющему большинству протекающих в природе процессов. Обычно она присутствует там, где существ. влияние на ход процесса оказывает очень большое число незначительных по отдельности факторов (как, напр., при движении броуновской частицы или в классич. примере с бросанием монеты), особенно в том случае, когда система динамически неустойчива; статистич. характер имеют также законы квантовой механики. Внешне случайность проявляется как недостаточная регулярность в массовых явлениях, к-рая не позволяет с достоверностью предсказывать наступление определ. событий, т. е. не допускает описания этих явлений в рамках детерминиров. моделей. Тем не менее при изучении таких явлений выявляются определ. закономерности. Свойственная случайным событиям нерегулярность, как правило, компенсируется наличием т. н. статистич. закономерности, стабилизации частот наступлений случайных событий в длинном ряду испытаний; тогда говорят, что данные случайные события имеют определ. вероятность. Пусть при каждом осуществлении нек-рого воспроизводимого комплекса условий C может наступать или не наступать событие A. Наличие у события A при условиях C определ. вероятности p означает, что в достаточно длинной серии испытаний (повторных осуществлений условий C; предполагается, что эти испытания в нек-ром смысле независимы) частота наступления события A, т. е. отношение числа тех испытаний из серии, в к-рых A наступило, к общему их числу, приблизительно равна p. Т. о., для описания связи случайных событий с условиями их наступления вместо обычного для классич. естествознания утверждения «в условиях C наступает событие A» приходится ограничиваться утверждением «при условиях C событие A имеет вероятность p». Именно для таких случайных событий, имеющих определ. вероятность, удалось построить содержат. матем. теорию, к-рая и носит название В. т. На практике особенно часто используют такие её результаты, к-рые позволяют утверждать, что вероятность $P(A)$ наступления определ. события A близка к 1, т. е. что A п р а к т и ч е с к и д о с т о в е р н о. Такие результаты относятся, как правило, к области п р е д е л ь н ы х т е о р е м В. т., к-рые и являются её осн. содержанием.

Статистич. закономерности были известны давно, понятия В. т. возникли в сер. 17 в. в работах Б. Паскаля (B. Pascal), П. Ферма (P. Fermat) и Х. Гюйгенса (Ch. Huygens). Существ. вклад в развитие В. т. внесли Я. Бернулли (J. Bernoulli), П. Лаплас (P. Laplace), К. Гаусс (C. Gauss), С. Пуассон (S. Poisson), П. Л. Чебышев. В кон. 19 — нач. 20 вв. открыто большое кол-во статистич. закономерностей в физике, биологии и др. науках (радиоакт. распад, законы Менделя и т. д.). Следует отметить, что статистич. закономерности возникают и в неслучайных схемах (напр., в распределении цифр в таблицах ф-ций и т. п.); это обстоятельство используется при «моделировании» (имитации) случайных явлений, напр. в *Монте-Карло методе*.

Основные понятия теории вероятностей. Для вероятностей случайных событий справедливы след. простые соотношения. Пусть A и B — события, относящиеся к условиям C. Обозначим через $A\bigcup B$ о б ъ е д и н е н и е событий A и B (событие «наступает A или B»), а через Ω — д о с т о в е р н о е событие, т. е. событие, наступающее при каждом осуществлении условий C. События A и B наз. н е с о в м е с т н ы м и, если их одноврем. наступление невозможно. Из частотной интерпретации вероятности следует:

$$1)\ 0\leqslant P(A)\leqslant 1;\quad 2)\ P(\Omega)=1;$$
$$3)\ P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)$$

для несовместных A и B. Последнее свойство обобщается и на любое конечное число попарно несовместных событий; это свойство наз. т е о р е м о й с л о ж е н и я в е р о я т н о с т е й.

Строгую В. т. можно построить, исходя лишь из этих соотношений. В наиб. простом её варианте (элементарной В. т.) предполагают, что испытание заканчивается одним из конечного набора $\Omega=\{\omega_1, \ldots, \omega_N\}$ исходов ω_i, к-рые наз. э л е м е н т а р н ы м и с о б ы т и я м и. Каждому исходу ω_k приписывают вероятность $p_k\geqslant 0$, причём $p_1+\ldots+p_N=1$. Рассматриваемые в элементарной В. т. события $A=\{\omega_i, \omega_j, \ldots, \omega_k\}$ имеют вид «наступает ω_i, или ω_j, ..., или ω_k»; исходы ω_i, ω_j, ..., ω_k наз. благоприятствующими A. Событие Ω наз. достоверным. Вероятность $P(A)$ события A равна сумме вероятностей благоприятствующих ему исходов: $P(A)=p_i+p_j+\ldots+p_k$. Именно так устроена любая числовая ф-ция, заданная на классе всех подмножеств Ω и удовлетворяющая условиям (1—3) (при этом $A\bigcup B$ определяют как объединение наборов благоприятствующих A и B исходов, а несовместными наз. события, не имеющие общих благоприятствующих исходов).

В. т. развивалась вначале в рамках частного случая элементарной В. т., в к-ром $p_1=p_2=\ldots=p_N=N^{-1}$ и, следовательно, вероятность события A равна отношению числа благоприятствующих A исходов к общему числу N «равновозможных» исходов (т. н. к л а с с и ч е с к о е определение вероятности; именно оно имеется в виду, когда говорят о случайном выборе одного из нек-рой совокупности предметов). Такое определение вероятности является, по существу, спец. формой записи симметрии случайного явления и поэтому часто встречается при использовании дискретных вероятностных моделей (напр., в статистич. физике, биологии и т. п.). Вычисление вероятностей при этом сводится к подсчёту числа благоприятствующих исходов, т. е. к комбинаторной задаче.

В рамках элементарной В. т. можно также наиб. просто определить осн. понятия В. т. С о в м е щ е н и е м (или пересечением) событий A и B наз. событие $A\bigcap B$ = «наступает и A, и B» (т. е. набор благоприятствующих ему исходов равен пересечению множеств исходов, благоприятствующих A и B). Все эти определения обобщаются и на любое конечное число событий. Наряду с символами $\bigcup$, $\bigcap$ в В. т. широко используют и др. теоретико-множеств. обозначения (что естественно, поскольку события в ней отождествляются с множествами исходов). Так, $\bar{A}$—д о п о л н и т е л ь н о е (или противоположное) к A событие (образованное всеми неблагоприятствующими A исходами); запись $A\subset B$ означает, что появление события A влечёт наступление B. Приведём простейшие свойства вероятности [все они вытекают из 1)—3)]: 4) $P(\bar{A})=1-P(A)$; 5) если $A\subset B$, то $P(A)\leqslant P(B)$; 6) $P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(A\bigcap B)$ [значит, для произвольных A и B в 3) вместо равенства должен стоять знак $\leqslant$].

У с л о в н а я в е р о я т н о с т ь события A при условии B определяется как $P(A\mid B)=P(A\bigcap B)/P(B)$, т. е. вероятность события A на подмножестве тех событий, где выполнено B. Такое определение хорошо согласуется с частотной интерпретацией вероятностей. На практике часто используют след. соотношения между вероятностями случайных событий. Пусть $B_1, \ldots, B_n$— попарно несовместные события и их объединение есть