Влияние магнитного и электрического полей на экситонные спектры. Наряду с зеемановским расщеплением спектральных линий атомов и атомоподобных систем в магн. поле (см. *Зеемана эффект*), может наблюдаться их сдвиг в фиолетовую часть спектра. Этот сдвиг — следствие возмущающего действия магн. поля на орбитальное движение электронов. Сдвиг всегда положителен, а величина его $\Delta\mathcal{E}=e^2H^2r^2/8\mu c^2$ мала для состояний атома или атомоподобных систем с малыми радиусами r. Поскольку радиус возбуждённых экситонных состояний составляет сотни и тысячи Å, сдвиг, пропорциональный r^2, хорошо наблюдается в полях H, не превышающих десятки кЭ. Существование большого радиуса у В.—М. э. первоначально и было доказано экспериментами по наблюдению сдвига экситонных линий под влиянием магн. поля.

В сильных магн. полях возникают т. н. диамагнитные экситоны, определяющие структуру спектра межзонного оптич. поглощения в полупроводниках, помещённых в сильное магн. поле [5]. Описание воздействия электрич. поля на край поглощения в полупроводниках также требует учёта экситонных состояний (см. *Келдыша — Франца эффект*).

Влияние В.—М. э. на фотопроводимость и др. свойства полупроводников. Согласно предположению Френкеля, оптич. переходы в экситонные состояния не должны приводить к фотопроводимости. Однако взаимодействия экситонов, напр. с фононами или примесными атомами, приводят к возникновению фотопроводимости при возбуждении экситонов светом. Одним из видов такого взаимодействия может быть, напр., ионизация примеси или самого экситона и появление свободных электрона или дырки в зонах. Поэтому В.—М. э. играют существ. роль в разл. механизмах *фотопроводимости* полупроводников. Представления об экситонах используются при изучении спектра и кинетики *люминесценции* в полупроводниках. Существенная роль В.—М. э. в *комбинационном рассеянии света* в полупроводниках, особенно в процессах неупругого резонансного рассеяния света.

Способность экситонных возбуждений перемещаться по кристаллич. решётке приводит к проявлению в экситонных спектрах *дисперсии пространственной*. Взаимодействие В.—М. э. со световой волной приводит к образованию смешанных, т. н. свето-экситонных, состояний (*поляритонов*). Учёт этих эффектов лежит в основе кристаллооптики сред с пространственной дисперсией [6]. Нелинейные явления, наблюдаемые в области энергий, соответствующих экситонным поляритонам, перспективны для развития методов генерации субпикосекундных импульсов света.

При высоких концентрациях В.—М. э. наблюдаются т. н. металлизация экситонов с образованием электронно-дырочных капель и др. явления, обусловленные коллективным взаимодействием квазичастиц (см. *Электронно-дырочная жидкость*, [7]).

В.—М. э. состоит из двух фермионов, поэтому он является бозоном. Следовательно, возможна *Бозе — Эйнштейна конденсация* В.—М. э. (либо *биэкситонов*).

Лит.: 1) Wannier G. H., The structure of electronic excitation levels in insulating crystals, «Phys. Rev.», 1937, v. 52, p. 191; 2) Mott N. F., Conduction in polar crystals, pt. 2, «Trans. Farad. Soc.», 1938, v. 34, p. 500; 3) Нокс Р., Теория экситонов, пер. с англ., М., 1966; 4) Гросс Е., Экситон и его движение в кристаллической решетке, «УФН», 1962, т. 76, с. 433; 5) Захарченя Б. П., Сейсян Р. П., Диамагнитные экситоны в полупроводниках, «УФН», 1969, т. 97, с. 194; 6) Агранович В. М., Гинзбург В. Л., Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, 2 изд., М., 1979; 7) Келдыш Л. В., Электронно-дырочные капли в полупроводниках, «УФН», 1970, т. 100, с. 514.

Б. П. Захарченя.

ВАР (вольт-ампер реактивный, ВАр) — единица реакт. мощности переменного синусоидального тока, равная реакт. мощности при действующих значениях тока 1 А и напряжения 1 В, если сдвиг фаз между ними равен $\pi/2$.

ВАРА́КТОР — то же, что *варикап*.

ВАРИА́ЦИИ КОСМИ́ЧЕСКИХ ЛУЧЕ́Й — см. в ст. *Космические лучи*.

ВАРИАЦИО́ННОЕ ИСЧИСЛЕ́НИЕ — раздел математики, обобщающий элементарную теорию экстремума ф-ций. В В. и. речь идёт об экстремуме *функционалов* — величин, зависящих от выбора одной или неск. ф-ций $f_1, \ldots, f_m$, к-рые играют для функционала $F[f_1, \ldots, f_m]$ роль аргументов. Аналогично тому, как в задаче об экстремуме ф-ции $f(x_1, \ldots, x_n)$ необходимо указать область G изменения её аргументов, для функционала следует задать класс допустимых функциональных аргументов (напр., класс ф-ций, непрерывных вместе с первыми производными в области D и удовлетворяющих нек-рым условиям на границе D). Если задача об экстремуме непрерывной ф-ции всегда имеет решение (такая ф-ция достигает экстремальных значений внутри G или на её границе), то существование экстремума функционала для данного класса функциональных аргументов не гарантировано априори и требует каждый раз особого исследования. Одну из первых задач В. и. сформулировал И. Бернулли (J. Bernoulli) в 1696, окончательно В. и. сформировалось в 18 в. благодаря работам Л. Эйлера (L. Euler).

Необходимым условием экстремума ф-ции $f(x)$ в точке $x^{(0)}=(x_1^0, \ldots, x_n^0)$ является равенство нулю её производной по любому направлению $a=(a_1, \ldots, a_n)$: $df(x+\varepsilon a)/d\varepsilon\,|_{\varepsilon=0}=(a\nabla f)=0$, т. е. $\nabla f=0$. Малому смещению аргумента для функционалов соответствует вариация (отсюда назв. В. и.) ф-ций: $f_j \to f_j+\varepsilon\eta_j$, где η_j — ф-ции из допустимого класса, обращающиеся в нуль на границе D. Аналогом производной по направлению служит первая вариация функционала:

$$\delta F=\frac{d}{d\varepsilon}F[f_j+\varepsilon\eta_j]\,|_{\varepsilon=0}=\sum_j\int_D\frac{\delta F}{\delta f_j}\eta_j\,dx_1\ldots dx_n,$$

где определяемая последней ф-лой вариационная, или *функциональная производная* $\delta F/\delta f_j$ является аналогом градиента ∇f. Необходимое условие экстремума функционала, $\delta F/\delta f_j=0$, следует из осн. леммы В. и.: если для всех ф-ций $\eta(x_1, \ldots, x_n)$ из допустимого класса, обращающихся в нуль на границе D,

$$\int_D\varphi(x_1, \ldots, x_n)\,\eta(x_1, \ldots, x_n)\,dx_1\ldots dx_n=0,$$

то непрерывная ф-ция $\varphi(x)=0$.

На практике функционал F задаётся в виде интеграла по области D от нек-рой комбинации ф-ций $f_1, \ldots, f_m$ и их производных; в простейших случаях

$$F=\int_D\mathcal{L}(f_i,\ \partial f_j/\partial x_i)\,dx_1\ldots dx_n.$$

Вычисление функциональной производной приводит к *Эйлера — Лагранжа уравнениям* — системе дифференц. ур-ний

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial f_j}-\sum_i\frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial f_j/\partial x_i)}=0,\ j=1, \ldots, m$$

с соответствующими граничными условиями.

Решения этой системы наз. экстремалями функционала F. Экстремаль соответствует минимуму F при выполнении условия Лежандра [обобщающего требование неотрицательности квадратичной формы $\sum_{i,j}a_ia_j\,\partial^2 f/\partial x_i\,\partial x_j$, гарантирующего минимум ф-ции $f(x)$]. Согласно этому условию, всюду на экстремали должна быть неотрицательна квадратичная форма с коэф. $\partial^2\mathcal{L}/\partial\dot{f}_i\,\partial\dot{f}_j$ (в простейшем случае одномерной области D, когда $\dot{f}_j=df_j/dx$).

До сих пор шла речь о вариац. задачах, в к-рых допустимый функциональный аргумент подчинялся лишь граничным условиям. В более общей постановке задачи требуется найти экстремали функционала F с дополнит. условиями, налагаемыми на функциональные