ных возбуждений с импульсом $\boldsymbol{k}$. Ф-ции u_k, v_k связаны соотношением $u_k^2-v_k^2=1$, к-рое обеспечивает бозевский характер операторов. Б. к. п. (1) позволяют получить энергетич. спектр слабо возбуждённых состояний неидеального бозе-газа и объяснить его *сверхтекучесть* (см. *Бозе-газ*).

Для неидеального ферми-газа из электронов, взаимодействующих между собой посредством обмена фононами, Б. к. п. имеют след. вид:

$$\begin{aligned} a_{k,\,1/2} &= u_k\alpha_{k0}+v_k\alpha_{k1}^{+}, \\ a_{-k,\,-1/2} &= u_k\alpha_{k1}-v_k\alpha_{k0}^{+}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $a_{\pm k,\,\pm 1/2}$ — операторы уничтожения электрона с импульсом $\pm\boldsymbol{k}$ и спином $\pm 1/2$, α_{k0}, α_{k1} — операторы уничтожения элементарных возбуждений с импульсом $\boldsymbol{k}$. Ф-ции u_k, v_k вещественны и связаны соотношением $u_k^2+v_k^2=1$, к-рое обеспечивает фермиевский характер операторов α_k. Даже в случае слабого взаимодействия электронов с фононами теория возмущений по степеням константы связи неприменима, т. к. электрон-фононное взаимодействие оказывается существенным вблизи поверхности Ферми, где образуются коррелиров. пары электронов с противоположно направленными импульсами и спинами. После проведения Б. к. п. можно применять теорию возмущений с соответствующими предосторожностями, исключив «опасные» члены, приводящие к расходимостям. Б. к. п. (2) позволяют получить спектр элементарных возбуждений системы и объяснить явление *сверхпроводимости*.

Лит.: Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П., Статистическая физика, ч. 2, М., 1978; Боголюбов Н. Н., Избр. труды по статистической физике, М., 1979.

Д. Н. Зубарев.

БОГОЛЮБОВА ТЕОРЕ́МА — теорема статистич. физики об особенностях типа $1/q^2$ у *Грина функций* для бозе- и ферми-систем при малых импульсах $\boldsymbol{q}$. Доказана Н. Н. Боголюбовым в 1961.

Согласно Б. т., для квантовых бозе-систем с калибровочно инвариантным взаимодействием между частицами фурье-компоненты ф-ций Грина, соответствующие энергии $E=0$, удовлетворяют неравенству

$$\left|\langle\langle a_q,\ a_q^{+}\rangle\rangle_{E=0}\right|\geqslant A/q^2,$$

где a_q, a_q^{+} — бозе-операторы, A — константа, пропорциональная плотности бозе-конденсата. Ф-ции Грина понимаются в смысле *квазисредних*, т. е. предполагается, что снято вырождение состояния статистич. равновесия, связанное с законом сохранения числа частиц (неустойчивость относительно образования бозе-конденсата). В этом случае особенность $1/q^2$ свидетельствует о появлении бозе-конденсата и ветви возбуждений без энергетич. щели.

Аналогичная теорема имеет место и для ферми-систем, для к-рых возможен переход в сверхпроводящее состояние, напр. для электронов в металле. В этом случае для построения квазисредних нужно снять вырождение относительно появления связанных пар фермионов с противоположно направленными спинами. Тогда

$$\left|\langle\langle \beta_q,\ \beta_q^{+}\rangle\rangle_{E=0}\right|\geqslant B/q^2,$$

где β_q, β_q^{+} — операторные фурье-компоненты, соответствующие импульсу $\boldsymbol{q}$, от произведений ферми-операторов

$$\Psi(x,\ \sigma)\,\Psi(x',\ -\sigma),$$
$$\Psi^{+}(x,\ \sigma)\,\Psi^{+}(x',\ -\sigma);$$

σ — спин, B — константа, пропорциональная плотности конденсата из парных «квазимолекул», т. е. коррелиров. пар фермионов с противоположно направленными спинами. Б. т. для ферми-систем указывает на появление ветви коллективных возбуждений в энергетич. спектре, что отвечает *спонтанному нарушению симметрии*.

Аналогичные особенности появляются у соотв. ф-ций Грина для систем с др. видами вырождения. Такие же соотношения справедливы и в квантовой теории поля, где в случае спонтанного нарушения симметрии возникают частицы нулевой массы (см. *Голдстоуна теорема*).

Лит.: Боголюбов Н. Н., Избр. труды, т. 3, К., 1971; Статистическая физика и квантовая теория поля. [Сб. ст.], М., 1973; Форстер Д., Гидродинамические флуктуации, нарушенная симметрия и корреляционные функции, пер. с англ., М., 1980, гл. 7; Боголюбов Н. Н., Боголюбов Н. Н. (мл.), Введение в квантовую статистическую механику, М., 1984.

Д. Н. Зубарев.

БОГОЛЮБОВА УРАВНЕ́НИЯ — цепочка ур-ний для одночастичных, двухчастичных и т. д. ф-ций распределения классич. системы частиц с парным потенциалом взаимодействия. Установлены Н. Н. Боголюбовым в 1946, попытки их вывода др. авторами были менее удовлетворительными, т. к. обходили важный вопрос о граничных условиях. Б. у. наз. также ур-ниями ББГКИ: Н. Н. Боголюбов, М. Борн, Г. Грин, Дж. Кирквуд, Ж. Ивон (M. Born, H. Green, J. Kirkwood, J. Yvon).

Б. у.— осн. система ур-ний метода частичных ф-ций распределения в статистич. физике. Вводится последовательность ф-ций F_1, F_2, ..., F_s, дающих распределение вероятности в фазовом пространстве (в равновесном случае — в конфигурац. пространстве) для комплексов из одной, двух, ..., s частиц; для этих ф-ций устанавливается система зацепляющихся ур-ний.

Ф-ции F_s в общем случае определяются выражением

$$\begin{aligned} F_s(t,\ \boldsymbol{q}_1,\ \boldsymbol{p}_1,\ \ldots,\ \boldsymbol{q}_s,\ \boldsymbol{p}_s) &= \\ = V^s\int D_N(t,\ \boldsymbol{q}_1,\ \boldsymbol{p}_1,\ \ldots,\ \boldsymbol{q}_N,\ \boldsymbol{p}_N)&\times \\ \times\, d\boldsymbol{q}_{s+1}d\boldsymbol{p}_{s+1},\ \ldots,\ d\boldsymbol{q}_N d\boldsymbol{p}_N&, \end{aligned}$$

где D_N — ф-ция распределения N частиц по координатам $\boldsymbol{q}$ и импульсам $\boldsymbol{p}$ в объёме V, симметричная ф-ция фазовых переменных. Б. у. получаются из *Лиувилля уравнения* в результате его последоват. интегрирования по координатам и импульсам $N-1$, $N-2$, . . . частиц:

$$\frac{\partial F_s}{\partial t}-\{H_s,\ F_s\}=v^{-1}\int\left\{\sum_{1\leqslant i\leqslant s}\Phi(|\boldsymbol{q}_i-\boldsymbol{q}_{s+1}|),\ F_{s+1}\right\}d\boldsymbol{q}_{s+1}\,d\boldsymbol{p}_{s+1}.$$

Здесь $\Phi(|\boldsymbol{q}_i-\boldsymbol{q}_{s+1}|)$ — потенциал взаимодействия между частицами, H_s — гамильтониан комплекса из s частиц, $\{\ldots\}$ — скобки Пуассона.

Т. о., Б. у. представляют собой систему зацепляющихся ур-ний для F_1, F_2, . . ., F_s, при их выводе совершается термодинамич. предельный переход $V\to\infty$, $N\to\infty$ при $V/N=v=\text{const}$, после к-рого пренебрегают влиянием стенок и опускают члены $\sim s/N$. Наиб. существенны первые Б. у.:

$$\frac{\partial F_1}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{p}_1}{m}\cdot\frac{\partial F_1}{\partial q_1}=\frac{1}{v}\int\theta_{12}F_2\,d\boldsymbol{q}_2\,d\boldsymbol{p}_2,$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial t}+\left(\frac{\boldsymbol{p}_1}{m}\cdot\frac{\partial}{\partial q_1}+\frac{\boldsymbol{p}_2}{m}\cdot\frac{\partial}{\partial q_2}-\theta_{12}\right)F_2= =\frac{1}{v}\int(\theta_{13}+\theta_{23})\,F_3\,d\boldsymbol{q}_3\,d\boldsymbol{p}_3,$$

где

$$\theta_{ij}=\frac{\partial\Phi(|q_i-q_j|)}{\partial_i}\cdot\frac{\partial}{\partial p_i}+\frac{\partial\Phi(|q_i-q_j|)}{\partial q_j}\cdot\frac{\partial}{\partial p_j},$$

m — масса частиц.

С помощью Б. у. удаётся выполнить последоват. динамич. вывод *кинетического уравнения Больцмана* для газа малой плотности и для газа со слабым взаимодействием между молекулами. Метод основан на существовании для газа трёх масштабов времени релаксации,