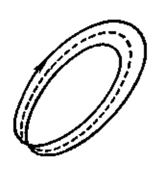
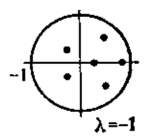
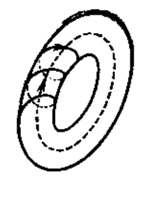
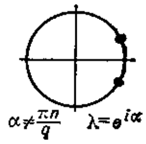
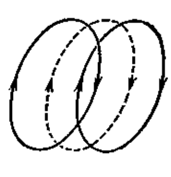
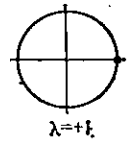
Т а б л. 2. — **Бифуркации смены устойчивости периодических движений**

	До бифуркации	После бифуркации	Мультипликаторы	Модель	Комментарии
1. Бифуркация удвоения периода				Нелинейный осциллятор, параметрически возбуждаемый периодич. силой, напр.: $\ddot{x}-h\dot{x}+(1+b\cos\theta)x+x^3=0$ $\dot{\theta}=\omega$	Бесконечная цепочка бифуркации удвоения периода — один из наиб. распространённых путей возникновения стохастич. поведения в реальных системах
2. Рождение двухчастотных колебаний				Генератор Ван дер Поля под действием внеш. силы $\ddot{x}-\mu(1-x^2)\dot{x}+x=A\sin\theta$ $\dot{\theta}=\omega$	При $\alpha=\pi n/q$ (где n, q — целые числа, а $\alpha\neq 0$; π; $2\pi/3$; $\pi/2$) рождается тор, на к-ром располагаются устойчивое и неустойчивое периодич. движения. При $\alpha=0$; π; $2\pi/3$; $\pi/2$ рождения гладкого тора не происходит и ситуация более сложна
3. Рождение пары устойчивых периодических движений				Вынужденные колебания упругой линейки под действием малой периодич. силы	Такая бифуркация характерна для нелинейных систем, для которых зависимость потенциальной энергии от переменной имеет два минимума, находящихся под действием внеш. силы

мого периодич. движения за период T (см. также *Параметрический резонанс* и *Устойчивость колебаний*). Математически мультипликаторы — это собств. значения матрицы $\exp RT$, характеризующей решение $Z(t)=C(t)\exp RT$ линеаризованной системы в окрестности исследуемого периодич. движения $x=f(t, \mu)$, $f(t+T, \mu)=f(t, \mu)$. Здесь R постоянная, а $C(t)$ — периодич. матрица, $C(t+T)=C(t)$. В автономной системе, описываемой ур-ниями, явно независящими от времени, один из мультипликаторов всегда равен единице, поэтому в дальнейшем говорится только об остальных. Если все остальные мультипликаторы по модулю меньше 1, то исходное периодическое движение устойчиво. Б., связанные с потерей устойчивости, происходят при значениях параметров системы, при которых один или несколько из них равны по модулю 1 (табл. 2).

В случае равенства одного из мультипликаторов -1 осуществляется т. н. Б. удвоения периода (табл. 2, строка 1). Она характеризуется тем, что в бифуркац. момент малое по модулю возмущение через период просто меняет знак, а через следующий оборот в линейном приближении происходит замыкание траектории. В результате этой Б. из исходного периодич. движения рождается устойчивое периодич. движение приблизительно удвоенного периода, а исходный режим становится неустойчивым. Появлению двухчастотных колебаний в физ. системе отвечает Б. рождения двумерного тора из периодич. траектории (табл. 2, строка 2). В системах, зависящих от двух параметров, или в системах с определ. типом симметрии встречается Б., при к-рой рождается сразу 2 устойчивых предельных цикла (табл. 2, строка 3).

Б., в результате к-рых исчезают статич. или периодич. режимы (т. е. состояния равновесия или предельные циклы), могут приводить к тому, что динамич. система переходит в режим *стохастических колебаний*. Термин «Б.» иногда используют для обозначения перестроек таких объектов, к-рые не меняются во времени; в этом случае употребляется также термин «катастрофа» (см. *Катастроф теория*).

Лит.: А н д р о н о в А. А., В и т т А. А., Х а й к и н С. Э., Теория колебаний, 3 изд., М., 1981; Теория бифуркаций динамических систем на плоскости, М., 1967; А р н о л ь д В. И., Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М., 1978; е г о ж е, Теория катастроф, 2 изд., М., 1983; М а р с д е н Д., М а к - К р а к е н М., Бифуркация рождения цикла и её приложения, пер. с англ., М., 1980; Х а к е н Х., Синергетика, пер. с англ., М., 1980; Р а б и н о в и ч М. И., Т р у б е ц к о в Д. И., Введение в теорию колебаний и волн, М., 1984.

В. С. Афраймович, М. И. Рабинович.

БИЭКСИТÓН — связанное состояние двух *экситонов* (простейший э к с и т о н н ы й к о м п л е к с), напр. *Френкеля экситоны* или *Ванье — Мотта экситоны*. Б., образованные из двух экситонов Френкеля, наблюдались в антиферромагнитной α-модификации кристаллического O_2 [1]. Наиб. исследованы Б. Ванье — Мотта [2]. Эти четырёхчастичные образования занимают по энергии связи промежуточное положение между молекулой H_2 и б и п о з и т р о н и е м (см. *Позитроний*). Б. существует во всей области значений параметра $\sigma\approx m_э^*/m_д^*$ ($m_э^*$, $m_д^*$ — эффективные массы электрона и дырки). Предполагается, что $m_э^*<m_д^*$), т. е. $0<\sigma<1$. При этом его энергия связи $\mathscr{E}_Б$ монотонно возрастает от $\mathscr{E}_Б\approx 0{,}02\ \mathscr{E}_{эк}$ ($\mathscr{E}_{эк}$ — энергия связи каждого экситона Ванье — Мотта) при $\sigma=1$ (бипозитроний) до $\mathscr{E}_Б\approx 0{,}35\ \mathscr{E}_{эк}$ при $\sigma\to 0$ (молекула H_2). По-видимому, при $\sigma\sim 1$ величина $\mathscr{E}_Б$ может значительно увеличиваться за счёт взаимодействия частиц через т. н. в и р т у а л ь н ы е ф о н о н ы (т. е. через деформацию решётки, вызываемую частицами, входящими в Б.), а также за счёт короткодействующего притяжения между электронами и дырками. Б. в кристаллах, в которых разрешены прямые излучательные (бесфононные) переходы в осн. состояние экситона, обнаруживаются по спектрам люминесценции, отвечающим переходам Б. → экситон; они наблюдаются также в спектрах поглощения, соответствующих обратным переходам экситон → Б. Высокая интенсивность линий, т. е. большая вероятность этих переходов, обеспечивается тем, что им отвечает *гигантская сила осциллятора*, к-рая в расчёте на один рождающийся Б. примерно рав-