

оценивания посвящён раздел статистич. оценивания, а задачам определения согласия — раздел статистич. проверки гипотез. По способу оценивания плотности вероятности и определения её согласия с теоретич. А. д. подразделяют на параметрический и непараметрический.

В пециалярич. анализе предполагается, что нет никакой априорной информации относительно вида ф-ции $p(x)$. Заключение о ф-ции $p(x)$ или о её свойствах делается непосредственно из исходных данных. Построение гистограмм — один из примеров непараметрического оценивания плотности вероятности.

В параметрич. анализе предполагается, что $p(x)$ входит в параметрич. семейство распределения $p(x) = p(\alpha, x)$, где α — конечный набор параметров (дискретных или непрерывных), к-рые выделяют отг. распределения из семейства. Здесь проблема оценивания функции $p(x)$ сводится к выбору подходящих значений α . Простейшая задача параметрич. анализа — получение результата для к.-л. физ. величины по данным её многократных измерений со случайной ошибкой, соответствующей Гаусса распределению ошибок. Пусть имеется ряд x_i , $i=1, 2, \dots, N$ измерений одной и той же физ. величины с дисперсией σ^2 . Вероятность одиночного наблюдения x_i равна $P_i = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \times \exp[-(x_i - \mu)^2/2\sigma^2]$, тогда вероятность N независимых наблюдений x_i , $i=1, 2, \dots, N$, равна произведению вероятностей

$$P(\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^N P_i = \\ = (2\pi\sigma^2)^{-N/2} \exp \left[- \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 / 2\sigma^2 \right].$$

Согласно максимального правдоподобия методу в качестве оценки результата измерений физ. величины x , при пост. дисперсии σ^2 , следует взять такую величину μ^* , к-рая даёт максимум вероятности $P(\mu, \sigma)$. Максимум предыдущего выражения достигается при минимуме показателя экспоненты, откуда следует, что

$$\mu^* = N^{-1} \sum_{i=1}^N x_i.$$

Проверка гипотез. Результатом А. д. может быть также оценка справедливости к.-л. теоретич. модели или гипотезы (см. Статистическая гипотеза) в смысле приемлемости её к экспериментально наблюдаемому явлению. Такой результат сам по себе не даёт доказательства справедливости теории, он даёт лишь возможность выбора альтернатив и степень согласия теории и эксперимента.

Пусть надо проверить гипотезу H_0 по отношению к гипотезе H_1 на основании нек-рых эксперим. наблюдений $\{x\}$. Пусть $X(x|H)$ есть ф-ция наблюдений и проверяемой гипотезы $(X$ обычно наз. проверочной статистикой) и пусть Ω есть пространство всех возможных значений X . Пространство Ω делят на две области ω и $\Omega - \omega$, к-рые соответственно наз. критической и допустимой. Считают, что при попадании проверочной статистики X в критич. область ω гипотеза H_0 неверна (верна H_1), а при попадании X в допустимую область гипотеза H_0 верна (H_1 ошибочна).

Разделение пространства Ω на критическую и допустимую области обычно производится так, чтобы вероятность отвергнуть гипотезу, когда она верна (т. е. вероятность потери), была бы малой. Величину этой вероятности наз. уровнем значимости или величиной критерия. Т. о., уровень значимости α равен вероятности попадания X в ω , когда гипотеза H_0 верна, т. е. $P(X \in \omega | H_0) = \alpha$. С др. стороны, целесообразно потребовать также малости вероятности принятия ложной гипотезы, т. е. вероятности прямеси β :

$$P(X \in \Omega - \omega | H_1) = \beta.$$

Для оценки критерия проверки альтернативных гипотез (см. Статистический критерий) служит величина, наз. мощностью критерия, к-рая определяется как вероятность $1 - \beta$ попадания X в критич. область пространства Ω , когда верна гипотеза H_1 , т. е. $P(X \in \omega | H_1) = 1 - \beta$. При выборе гипотезы исследователь обычно решает, какие потери α он может допустить, а затем выбирает проверочную статистику и критич. область так, чтобы максимизировать мощность критерия $1 - \beta$.

Одна из наиб. общих проверяемых гипотез при А. д. состоит в том, что плотность вероятности $p(x)$ есть данная ф-ция x , т. е. $p(x) = f(x)$. Здесь обычно нет определ. альтернативной гипотезы, т. е. фактически имеется набор всевозможных альтернативных гипотез, к-рые явно не определены. В этом случае невозможно вычислить прямесь и определить мощность критерия. Такая задача возникает при проверке совпадения эксперим. данных с к.-л. теоретич. моделью и решается на основе критерия согласия. Как при обычной проверке гипотез, начинают с выбора проверочной статистики, однако пространство Ω не делится на критич. и допустимую области. Уровень значимости здесь определяется как вероятность того, что при условии H_0 проверочная статистика X будет иметь значение, превышающее величину T , наблюдавшую из данных, $P(X \geq T | H_0) = \alpha(T)$. В данном контексте величина $\alpha(T)$ наз. также уровнем достоверности.

Критерий согласия конструируется при помощи меры различия между непараметрич. оценкой плотности вероятности (чаще всего гистограммой) и теоретич. ф-цией плотности вероятности проверяемой гипотезы. Наиб. популярной является квадратич. мера, нормированная на дисперсию. В достаточно общих предположениях проверочная статистика сводится к сумме квадратов независимых, нормально распределённых случайных величин с нулевым средним и единичной дисперсией, к-рая имеет χ^2 -распределение с числом степеней свободы, равным кол-ву членов в сумме. В этом случае критерием согласия является χ^2 -критерий Ширспона.

Использование ЭВМ. Совр. эксперим. исследования в области ядерной физики, геофизики, физики атмосферы, океана и др. характеризуются огромным объёмом получаемой первичной информации (до 10^{12} бит/с и более). Результаты эксперимента обычно составляют $\sim 10^3$ бит. Т. о., в процессе А. д. происходит значит. сжатие информации (в 1 млрд. раз и более). А. д. таких эксперим. исследований немыслим без использования средств автоматизации и быстродействующей вычислител. техники (см. Автоматизация эксперимента). Каждый эксперимент во времени проходит два этапа: получение данных и получение результатов. Совр. автоматизиров. эксперим. установки, оснащённые вычислител. техникой, позволяют решать часть задач А. д. уже в процессе их получения, т. е. в реальном масштабе времени проведения измерений. Этот этап А. д. обычно наз. анализом в реальном масштабе времени или анализом «в линию».

Целью и смыслом анализа «в линию» является всеобъемлющий контроль за работой эксперим. установки и ходом эксперимента в целом. Наиб. эф. вид контроля — контроль по конечным результатам. Такой метод контроля избавляет от трудоёмких исследований зависимостей свойств установки от неск. тысяч параметров, от необходимости выбирать и устанавливать допуски на изменение этих параметров и комбинаций этих изменений. Повышается и надёжность установки, т. к. имеется возможность оперативно принимать решения о необходимости и целесообразности ремонта при отказе отдель. элементов или о продолжении работы с ухудшеными характеристиками. Часто для проверки правильности работы установки и её отдель. узлов создают спец. тестовые и контрольные средства, однако обычно осуществляют оба типа контроля.

Иногда проводят предварит. обработку «в линию» всей поступающей информации для её сжатия перед за-