тяжений имеет вид $X=\alpha x\partial/\partial x+\beta t\partial/\partial t+\gamma u\partial/\partial u$, α, β, γ — числа. Набор первых интегралов ур-ния $X\varphi=0$ таков: $\mathcal{I}_1=x/t^{\alpha/\beta}$, $\mathcal{I}_2=u/t^{\gamma/\beta}$, поэтому автомодельное решение ур-ний, допускающих группу растяжений, будет иметь вид $u=t^{\gamma/\beta}\psi(x/t^{\alpha/\beta})$, ψ — новая искомая ф-ция.

Рассмотрим, напр., *Кортевега — де Фриса уравнение* $\partial u/\partial t+u\,\partial u/\partial x+\mu\,\partial^3u/\partial x^3=0$, где μ — пост. параметр; оно инвариантно относительно преобразования $t\longrightarrow kt$, $x\longrightarrow k^{1/3}x$, $u\longrightarrow k^{-2/3}u$. Генератор $X=x\,\partial/\partial x+3t\,\partial/\partial t-2u\partial/\partial u$ — оператор растяжений, и автомодельное решение имеет вид

$$u(x,\ t)=\mu\,(3\mu t)^{-2/3}\,\psi(z),\quad z=(3\mu t)^{-1/3}\,x.$$

Подставляя это решение в исходное ур-ние, получаем обыкновенное дифференц. ур-ние для ф-ции $\psi(z)$:

$$\psi'''-z\psi'+\psi\psi'-2\psi=0.$$

Однопараметрич. группа растяжений абелева. Если система допускает решения, построенные на др. однопараметрич. абелевых подгруппах, то подходящей заменой этим решениям можно придать автомодельный вид, что является следствием подобия этих групп. В частности, автомодельные движения тесно связаны с нелинейными бегущими волнами, т. е. решениями вида $u=f(x-\lambda t+a)$, для к-рых место преобразования подобия занимает преобразование сдвига. Замена $x=\ln\xi$, $t=\ln\tau$, $a=\ln b$ переводит волновое решение f в автомодельное:

$$f\,[\ln(\xi/bt^{\lambda})]=F\,(\xi/bt^{\lambda}).$$

А., отражающая внутр. симметрию, присуща многим явлениям и используется при решении разл. физ. задач, особенно в механике сплошных сред (см. *Автомодельное течение*).

Метод *ренормализационной группы* в квантовой теории поля, по существу, также основан на использовании автомодельного преобразования переменных. Интересно, что в автомодельных переменных ур-ние ренормгруппы оказывается тождественным одномерному ур-нию *переноса излучения*. В физике элементарных частиц А. выражается в том, что сечения нек-рых процессов при высоких энергиях зависят лишь от безразмерных автомодельных комбинаций импульсов. Общие принципы квантовой теории поля допускают широкий класс таких *автомодельных асимптотик*.

Лит.: Седов Л. И., Методы подобия и размерности в механике, 9 изд., М., 1981; Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Введение в теорию квантованных полей, 4 изд., М., 1984; Биркгоф Г., Гидродинамика, пер. с англ., М., 1963; Овсянников Л. В., Групповой анализ дифференциальных уравнений, М., 1978; Арнольд В. И., Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М., 1978, гл. 1; Баренблатт Г. И., Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика, 2 изд., Л., 1982.

В. Е. Рокотян.

АВТОРЕЗОНА́НСНОЕ УСКОРЕ́НИЕ — см. *Коллективные методы ускорения.*

АВТОУСКОРЕ́НИЕ — см. *Коллективные методы ускорения.*

АВТОФАЗИРО́ВКА (фазовая устойчивость) — явление устойчивости движения частиц в продольном (вдоль орбиты) направлении в резонансных ускорителях, обусловленное зависимостью промежутка времени T между последующими ускорениями от полной энергии $\mathcal{E}$ частицы. Открыто в 1944—45 В. И. Векслером и независимо от него Э. М. Макмилланом (E. M. McMillan). Лежит в основе действия большинства совр. резонансных ускорителей заряж. частиц.

В простейшем случае циклич. ускорителя с однородным магн. полем период обращения T связан со значением магн. индукции B на круговой орбите и полной релятивистской энергией частицы $\mathcal{E}$ соотношением

$$T=\frac{2\pi\mathcal{E}}{ceB}, \tag{1}$$

где e — заряд частицы. Из (1) видно, что с ростом энергии частицы период обращения увеличивается. Обозначим через φ_0 «равновесную фазу» — фазу поля (отсчитываемую от его макс. значения; рис. 1) в ускоряющем зазоре, попадая в к-рую частица набирает такую энергию $eV_0\cos\varphi_0$ (V_0 — ускоряющее напряжение), чтобы непрерывно двигаться в резонанс

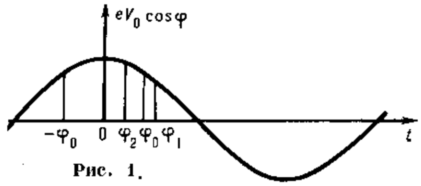

Рис. 1.

с ускоряющим полем. Период обращения T этой частицы равен или кратен периоду ускоряющего поля $T_{уск}$, $T=qT_{уск}$, где q — целое число, наз. **кратностью ускорения**. Очевидно, фаза $-\varphi_0$ будет также равновесной, т. к. в этой фазе частица набирает точно такую же энергию, как и в фазе φ_0. Если частица попадёт в фазу $\varphi_1>\varphi_0$, она наберёт энергию $eV_0\cos\varphi_1$, меньшую $eV_0\cos\varphi_0$, прирост её энергии будет меньше равновесного значения, а следовательно, согласно (1), и период станет меньше равновесного. Поэтому при следующем обороте частица придёт к ускоряющему промежутку раньше, т. е. её фаза приблизится к равновесной. Напротив, немного отставшая частица ($\varphi_2<\varphi_0$) приобретёт избыточную энергию (т. к. $eV_0\cos\varphi_2>eV_0\cos\varphi_0$), её период обращения станет больше равновесного, вследствие чего на следующем обороте она позже придёт к ускоряющему зазору и её фаза тоже приблизится к равновесной.

Малые отклонения энергии частицы от равновесной также имеют тенденцию уменьшаться. Действительно, если частица находится в равновесной фазе φ_0, но её энергия больше равновесной (соответствующей периоду ускоряющего поля $T_{уск}$), то её период обращения больше $qT_{уск}$ и она приходит на след. обороте к зазору с опозданием, т. е. её фаза $\varphi'>\varphi_0$, а приобретаемая энергия $eV_0\cos\varphi'<eV_0\cos\varphi_0$. Т. о., отличие энергии от равновесной будет уменьшаться.

Благодаря описанному механизму частицы, находящиеся в нек-рой окрестности равновесной фазы φ_0 (т. н. область захвата), совершают колебания около этой фазы, т. е. фаза φ_0 динамически устойчива. Все частицы, находящиеся в области захвата, колеблясь около фазы φ_0, набирают в ср. такую же энергию, как и частица в равновесной фазе (т. н. равновесная частица), т. е. ускоряются.

Аналогично можно показать, что вторая равновесная фаза $-\varphi_0$ неустойчива: малые отклонения от неё приводят к дальнейшему уходу частиц от этой фазы.

В общем случае для циклич. ускорителей с магн. полем, зависящим от азимута и радиуса, ф-лу (1) следует заменить на соотношение

$$T=\frac{2\pi\mathcal{E}}{ce\langle B\rangle}, \tag{2}$$

где $\langle B\rangle$ — нек-рое усреднённое по орбите значение магн. индукции, зависящее от энергии частицы; поэтому характер зависимости T от $\mathcal{E}$ оказывается более сложным. Если $\partial T/\partial\mathcal{E}>0$, т. е. период растёт с ростом энергии, то, как и раньше, оказывается устойчивой равновесная фаза φ_0, вблизи к-рой ускоряющее электрич. поле убывает с увеличением времени. Если же $\partial T/\partial\mathcal{E}<0$, т. е. период обращения убывает со временем, то устойчива фаза $-\varphi_0$, вблизи к-рой ускоряющее поле нарастает со временем.

Для более точного описания изменения фазы следует количественно рассмотреть динамику частицы, энергия к-рой мало отличается от энергии равновесной частицы, движущейся в точном синхронизме с уско-